

**PROGRAMMA DI MATEMATICA**

Prof.ssa Francesca Bonsignori

Libro di testo: Colori della Matematica vol. 5 – Sasso Zanone – Edizione Petrini

**Le funzioni e le loro proprietà (raccordo con gli anni precedenti)**

- 1) Le funzioni reali di variabile reale
  - a) Definizione di funzione e classificazione
  - b) Dominio, segno di funzione e grafico di una funzione
- 2) Le proprietà delle funzioni
  - a) Funzioni iniettive, suriettive e biiettive
  - b) Funzioni crescenti, decrescenti
  - c) Funzioni periodiche
  - d) Funzioni pari e funzioni dispari e relative proprietà di simmetria
  - f) La funzione inversa e il suo grafico
  - g) Le funzioni composte

**Limiti delle funzioni**

- 1) La topologia della retta
  - a) Intervalli in  $\mathbb{R}$
  - b) Gli intorno di un punto e gli intorno di infinito
  - c) Gli insiemi limitati ed illimitati e gli estremi di un insieme
  - d) I punti isolati e i punti di accumulazione
- 2) La definizione di  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ , significato geometrico e verifica
  - a) Definizione di funzione continua in un punto
  - b) Il limite destro e il limite sinistro
- 3) La definizione di  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$ , significato geometrico e verifica
  - a) L'asintoto verticale
- 4) La definizione di  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \ell$ , significato geometrico e verifica
  - a) I casi  $x \rightarrow +\infty$  e  $x \rightarrow -\infty$
  - b) L'asintoto orizzontale
- 5) La definizione di  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \infty$ , significato geometrico e verifica
- 6) Teoremi sui limiti
  - a) Il teorema di esistenza (senza dimostrazione) e il teorema di unicità del limite (con dimostrazione)
  - b) Il teorema di permanenza del segno (senza dimostrazione)
  - c) Il teorema del confronto o dei carabinieri (con dimostrazione)
  - d) Inverso del teorema della permanenza del segno (senza dimostrazione)

**Il calcolo dei limiti**

- 1) Le operazioni con i limiti (senza dimostrazione)
  - a) Il limite della somma algebrica di due funzioni
  - b) Il limite del prodotto di due funzioni
  - c) Il limite della potenza
  - d) Il limite della radice n-esima di una funzione
  - e) Il limite della funzione reciproca
  - f) Il limite del quoziente di due funzioni
  - g) Il limite delle funzioni composte

- 2) Il calcolo delle forme indeterminate
  - a) La forma indeterminata  $+\infty-\infty$  e il caso del limite di una funzione polinomiale
  - b) La forma indeterminata  $\infty \cdot 0$
  - c) La forma indeterminata  $\infty/\infty$  e il caso del limite di una funzione razionale fratta
  - d) La forma indeterminata  $0/0$
  - e) Le forme indeterminate  $\infty^0$ ,  $0^0$  e  $1^\infty$
- 3) I limiti notevoli
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  (con dimostrazione) e  
 limiti derivati  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$  (con dimostrazione)
  - b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$  (senza dimostrazione) e  
 limiti derivati  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_b(x+1)}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$  (con dimostrazione)
- 4) Gli infinitesimi e gli infiniti
  - a) Definizione di infinito e infinitesimo
  - b) Teorema: gerarchia degli infiniti (senza dimostrazione)
- 5) I teoremi delle funzioni continue
  - a) Definizione di funzione continua in un intervallo
  - b) Teorema di Weierstrass (senza dimostrazione)
  - c) Teorema dei valori intermedi (senza dimostrazione)
  - d) Teorema di esistenza degli zeri (senza dimostrazione)
- 6) I punti di discontinuità di una funzione
  - a) Definizione di punto di discontinuità di prima specie (punto di salto)
  - b) Definizione di punto di discontinuità di seconda specie
  - c) Definizione di punto di discontinuità di terza specie (o eliminabile)
- 7) La ricerca degli asintoti verticali, orizzontali e obliqui (senza dimostrazione)
- 8) Il grafico probabile di una funzione

## La derivata di una funzione

- 1) La derivata
  - a) Definizione di rapporto incrementale
  - b) Definizione di derivata di una funzione in un punto, suo significato geometrico e calcolo
  - c) Definizione di derivata destra e derivata sinistra
  - d) Definizione di funzione derivabile in un intervallo
  - e) La retta tangente al grafico di una funzione
  - f) Definizione di punto stazionario
  - g) Punti di non derivabilità: flesso a tangente verticale, cuspidi, punto angoloso
  - i) La continuità è condizione necessaria ma non sufficiente per la derivabilità (con dimostrazione)
- 2) Le derivate fondamentali (senza dimostrazione)
- 3) I teoremi sul calcolo delle derivate
  - a) Teorema della derivata del prodotto di una costante per una funzione (con dimostrazione)
  - b) Teorema della derivata della somma algebrica di due funzioni (con dimostrazione)
  - c) Teorema della derivata del prodotto di due funzioni (senza dimostrazione)
  - d) Teorema della derivata del reciproco di una funzione (senza dimostrazione)
  - e) Teorema della derivata del quoziente di due funzioni (senza dimostrazione)
- 4) Teorema della derivata di una funzione composta (senza dimostrazione)
- 5) Teorema della derivata della funzione  $[f(x)]^{g(x)}$  (senza dimostrazione)
- 6) Teorema della derivata della funzione inversa (senza dimostrazione)
- 7) Derivate di ordine superiore al primo
- 8) Differenziale di una funzione (definizione e interpretazione geometrica)

### **I teoremi del calcolo differenziale (sulle funzioni derivabili)**

- 1) Il teorema di Fermat (con dimostrazione)
- 2) Il teorema di Rolle (con dimostrazione)
- 3) Il teorema di Lagrange o del valor medio (con dimostrazione)
- 4) Corollari del teorema di Lagrange
  - a) Primo corollario: La funzione costante
  - b) Secondo corollario: Le due funzioni differiscono per una costante
  - c) Il criterio di derivabilità di una funzione (senza dimostrazione)
  - d) Criterio di monotonia per le funzioni derivabili (con dimostrazione)
- 5) Il teorema di Cauchy (senza dimostrazione)
- 6) Il teorema di De L'Hôpital (senza dimostrazione)

### **I massimi, i minimi e i flessi (senza dimostrazioni)**

- 1) Le definizioni
  - a) definizioni di massimo e minimo assoluti e di massimo e minimo relativi di una funzione
  - b) definizioni di concavità (verso l'alto e verso il basso)
  - c) definizioni di flesso (orizzontale, verticale, obliquo)
- 2) Massimi, minimi, flessi orizzontali e derivata prima
  - a) Criterio per la ricerca dei massimi e minimi relativi mediante la derivata prima (senza dimostrazione)
  - b) I punti stazionari di flesso orizzontale (senza dimostrazione)
- 3) Criteri per stabilire la concavità e i flessi della funzione mediante la derivata seconda (senza dimostrazione)
- 4) Problemi di massimo e minimo

### **Lo studio di funzione**

- 1) Schema generale per lo studio completo di una funzione
- 2) Relazioni tra il grafico di una funzione e della sua derivata

### **L'integrale indefinito**

- 1) L'integrale indefinito
  - a) Definizione di primitiva di una funzione
  - b) Definizione di integrale indefinito di una funzione
  - c) Condizione sufficiente di integrabilità (senza dimostrazione)
  - d) Algebra degli integrali (l'integrale del prodotto di una costante per una funzione, della somma di funzioni)
- 2) Gli integrali indefiniti immediati e gli integrali di funzioni la cui primitiva è una funzione composta
- 3) Il metodo di integrazione per sostituzione
- 4) Il metodo di integrazione per parti
- 5) I metodi di integrazione di funzioni razionali fratte

### **L'integrale definito (da concludere oltre la data del 15 maggio)**

- 1) Il problema delle aree
  - a) Definizione di integrale definito nei casi di funzione continua positiva o di segno qualsiasi
  - b) Le proprietà dell'integrale definito (senza dimostrazione)
  - c) Il teorema del valor medio (senza dimostrazione)
- 2) Il teorema fondamentale del calcolo integrale o teorema di Torricelli-Barrow (senza dimostrazione)
  - a) Definizione di funzione integrale
  - b) Enunciato del teorema
  - c) Formula di Leibniz-Newton per il calcolo dell'integrale definito (senza dimostrazione)

- 3) Il calcolo delle aree di superfici piane
  - a) area di una superficie compresa fra una curva e l'asse x in un intervallo
  - b) area della superficie delimitata da due funzioni
- 4) Il calcolo dei volumi (senza dimostrazione)
  - a) Volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse x
  - b) Volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse y
  - c) Metodo dei gusci cilindrici
  - d) Metodo delle sezioni
- 5) Gli integrali impropri
  - a) l'integrale definito di una funzione con un numero finito di punti di discontinuità in  $[a, b]$
  - b) l'integrale definito di una funzione continua in un intervallo illimitato

15 maggio 2020